

CONSIDERACIONES SOBRE LA FORMALIZACIÓN Y MATEMATIZACIÓN DE LOS FENOMENOS FÍSICOS* †

María Mercedes Ayala, Marina Garzón y Francisco Malagón

Universidad Pedagógica Nacional

RESUMEN

La formalización puede ser considerada como un proceso natural del pensamiento o de todo proceso cognitivo en la medida en que el lenguaje común es en sí mismo un proceso de formalización. Pero, ¿qué se puede entender por formalización en el marco de la física?, ¿hay una distinción de base con esos procesos comunes de formalización?, ¿es la formalización sinónimo de matematización? y ¿en qué se diferencian? En el artículo se caracterizan cuatro maneras diferentes de formalizar, pretendiendo con ello establecer una base más adecuada para responder este tipo de preguntas: 1) formalización de carácter pragmático, 2) aplicación de las matemáticas 3) axiomatización de las teorías físicas y unificación de campos fenoménicos y 4) matematización de un campo fenoménico.

Palabras clave: matematización, formalización, axiomatización, Galileo, mecánica analítica de Lagrange, electromagnetismo de Maxwell, mecánica cuántica de Dirac.

SUMMARY

Formalization can be considered as a natural process of thinking or any cognitive process, if it is taking in account that common usage is itself a formalization process. But, what is formalization in the physics' frame? Is there a basic difference with natural processes of formalization? Is formalization analogous to mathematisation? what is the difference? In order to provide a more suitable base to answer these questions, four different ways of formalization are characterized: 1) formalization of pragmatic type, 2) application of mathematics, 3) axiomatization of physical theories and unification of phenomonic fields, and 4) mathematisation of a phenomonic field.

* **Recibido** Junio de 2007; **aprobado** Septiembre de 2007.

† Este trabajo se enmarca en el proyecto de investigación que vienen adelantando los profesores María Mercedes Ayala, Ángel Romero, Francisco Malagón, Luz Dary Rodríguez, Marina Garzón y Yirsén Aguilar, bajo el auspicio de las Universidades Pedagógica Nacional y de Antioquia. Además, el escrito es una versión ampliada y mejorada de la ponencia elaborada por los mismos autores y que se publicó con el mismo título en las *Memorias del Congreso Nacional de enseñanza de la física*, Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá 2004.

Key words: mathematisation, formalization, axiomatization, Galileo, Lagrange's, analytical mechanics, Maxwell's electromagnetism, Dirac's quantum mechanics.

1. Introducción
2. Sobre el carácter formal del conocimiento
3. Tipos de formalización en Física
 - 3.1 Formalización de carácter pragmático
 - 3.2 Aplicación de las matemáticas en el análisis de los fenómenos físicos
 - 3.3 Axiomatización de las teorías físicas y unificación de campos fenoménicos
 - 3.4 Matematización de un campo fenoménico
4. Sobre la formalización y matematización en física. Consideraciones finales

1. Introducción

En el campo de la enseñanza de la física es evidente para los docentes la dificultad que existe en la elaboración de explicaciones y en el desarrollo de los elementos matemáticos explícitos en éstas. Las dificultades provienen de diferentes lugares, uno de estos, se da en el punto de unión o “unificación” entre lo “físico y lo matemático”. En la enseñanza de la física es muy común que se de la conceptualización separada de la matematización, y por lo tanto, se proceda a ejemplificar sucesos mediante causas y efectos para conceptualizar, y posteriormente se adopte un modelo matemático para efectuar cálculos y operaciones que respondan a ‘la aplicación’ de dichos conceptos en la solución de problemáticas, o viceversa, ‘la aplicación’ matemática a los conceptos físicos; el resultado de esto, termina en una falta de comprensión tanto del concepto físico, como del modelo matemático, de tal forma, que no se llega nunca a la elaboración de una visión del mundo físico, y se genera una distancia enorme entre la teoría y el campo fenoménico al que se refiere.

La dificultad en el punto de unión entre ‘lo físico y lo matemático’ quizá quedaría eliminada cuando se considere que no se trata de unir formas de conocimiento radicalmente diferentes, que la física no requiere de la matemática para adquirir sentido y generar una visión de mundo, consideradas éstas como disciplinas separadas, sino que en el proceso mismo de comprender los fenómenos físicos se hacen explícitas ciertas formas matemáticas que nacen del proceso de formalización en sí mismo; en otras palabras, que la física y la matemática pueden compartir formas similares en cuanto se pueden considerar que son elaboraciones formales de lo externo. Este es precisamente el punto de vista que queremos sustentar en este artículo.

2. Sobre el carácter formal del conocimiento

Con el desarrollo de la concepción constructivista del conocimiento términos como formas de representación, construcción de modelos y representaciones, y formalizar u organizar la experiencia se han hecho cada vez más comunes en la caracterización de lo que se entiende por conocimiento. La imposibilidad de acceder a un mundo real independiente del sujeto que conoce y el carácter esquemático del conocimiento está a la base de estos enfoques. En este sentido,

Nadie tiene acceso directo al mundo 'real' (o al pensamiento 'real'). La resonancia entre las maneras de ver y las maneras de ser está siempre conducida, marcada, estabilizada y correlacionada a otras resonancias por la mediación de alguna representación. Y es justamente esta representación, tan esquemática como puede ser, lo que es compartido en la comunicación y almacenado en la cultura (Arcá, M., Guidoni, P. y Mazoli, P., 1990, 31).

Esta es la razón por la cual se puede afirmar que cualquier conocimiento, ya sea común o especializado, es sustancialmente formal y básicamente metafórico. "Buscar una estructura que funcione y que se cree conocer bien para utilizarla como metáfora es una estrategia básica del conocimiento tanto común como especializado; de este modo se dicen las cosas sistemáticamente para significar otras" (Arcá, M., Guidoni, P. y Mazoli, P., 1990, 31).

M. Wartofsky, por su parte, considera que con el conocimiento científico no se trata simplemente de *tener conocimiento de los hechos* sino de razonar a partir de ellos y asimismo de razonar *en dirección* a ellos, representándolos de una forma coherente y sistemática dentro de la articulada estructura de cierto lenguaje:

El medio de que se vale esta actividad intelectual consiste en la representación de los hechos en un modelo, en una construcción abstracta dentro de la cual se hagan explícitas las relaciones existentes entre los hechos y se pueda expresar la forma de tales relaciones. Semejante abstracción conceptual y lingüística se convierte en un medio de operar con los sustitutos o señales que se tomen como representativos de los hechos y de sus relaciones, en lugar de hacerlo con los hechos mismos; reemplaza la manipulación de cosas y sucesos por la de símbolos, y la acción directa e intervención en el mundo de los hechos por la inferencia reflexiva [...]. Lo que en últimas se hace es proyectar las estructuras del lenguaje sobre la de los hechos, pudiéndose hablar de un cierto isomorfismo (correspondencia) entre el mapa y aquello de lo cual es mapa o proyección (Wartofsky, 1983, 164).

Pero el carácter esquemático de la representación, modelo o formalización no radica únicamente en que consiste en una abstracción y por tanto en la selección de algunos rasgos de aquello que se representa; es decir, no se

puede decir que esta restricción sea un problema de completez en el sentido de que sería un duplicado si se tuvieran en cuenta todos los rasgos que éste posee. Es necesario tener en cuenta que cuando se representa algo, se establece una correspondencia entre dos conjuntos cuyos elementos en principio pueden ser de clases totalmente diferentes.

De otra parte, mientras que hay enfoques para los cuales la idea de modelo o representación implica la existencia de un referente exterior a la representación, para otros no. Así, desde unos enfoques se hace necesario pensar en algo que es modelado, representado o formalizado; habría así que pensar en el objeto representado como algo exterior, en los dispositivos de representación que permiten elaborar la representación del mismo, y en la representación lograda. Sin embargo, es válido preguntarse hasta qué punto el objeto es conformado por el mismo proceso de representación —y con ello preguntarse por el status ontológico del objeto, así como por la posibilidad de establecer criterios de validez de la representación.

Considerar la representación como un juego del lenguaje, en el sentido planteado por Wittgenstein elimina la separación entre objeto representado, dispositivo de representación y representación (Granés, J. y Caicedo, L. M., 1999). Desde esta perspectiva se podría pensar que los modelos y representaciones a la vez que modelan y representan con el lenguaje algunos rasgos de nuestras formas de razonar, de nuestras imágenes y experiencias, son modelos y representaciones de aquello que elaboramos y consideramos como el ‘mundo real’, el mundo que habitamos. Se podría, pues, considerar la dinámica de conocimiento —como lo hace Paolo Guidoni— como un proceso dialéctico entre Experiencia-Lenguaje-Conocimiento: “se adquiere experiencia, se habla de ella y se usa un conocimiento que ya existe y sobre el que es preciso trabajar; y haciéndolo se generan nuevas experiencias, lenguajes y conocimientos” (Arcá, M. et al, 1990, cap. 1)¹.

La formalización puede ser considerada, entonces, como un proceso natural del pensamiento o de todo proceso cognitivo; el lenguaje común (normal) es en sí mismo una estructura y un proceso de formalización. Pero, qué se puede entender por formalización en el marco de la física? ¿hay una distin-

¹ Así afirma Guidoni, podemos identificar la “forma de tríada” en la “tríada”— en todos los posibles modos de ser de tres objetos establemente separados entre sí—; reconocerla en tres personas cercanas; proyectarla, por analogía, sobre un ritmo ternario, o sobre tres dimensiones del espacio. O también, podemos identificar la “forma de recta” en una cuerda templada, reconocerla en una esquina de un muro, proyectarla por analogía a individuar el haz de rotación de una rueda o de la tierra. Podemos, igualmente, identificar en nuestro cuerpo la forma (la configuración interna) que corresponde a un “hacer fuerza”, reconocerla por analogía en un resorte comprimido y proyectarla por analogía sobre una particular forma de interacción. Tomado de GUIDONI, P. *et al.*, (1987). *Guardare per sistemi, guardare per variabili*, Torino, Emme Edizioni, 1987, cap.9.

ción de base con esos procesos comunes de formalización? ¿Es la formalización sinónimo de matematización? ¿en qué radican estas diferencias?

“A nivel elemental — afirma P. Guidoni — formalizar quiere decir dar una forma definida y esquematizada a alguna cosa; significa ver y operar sobre alguna cosa según las propiedades y las reglas de un entrecruce de formas que ya se conocen en cuanto tales, que se precisan y se organizan ulteriormente en el acto mismo de formalizar” (Arcá, M.y Guidoni, P. 1987, 138). Las cosas adquieren una forma que corresponde a la forma dada, y que se puede considerar sobrepuesta a una “forma primaria” más o menos incierta o a una aparente ausencia de forma, adquiriendo propiedades precisas de estructura (morfología y sintaxis) y de significado (semántica). Damos forma a las cosas, estados y transformaciones del mundo para poderlas reconocer, modificar y proyectar²; y las formas que “descubrimos” en las cosas son a veces múltiples, como lo son las formas de abordarlas. Para que las formas sean ‘adecuadas’, dice Guidoni, no basta con imponerlas a las cosas, “también deben ser adaptadas a éstas y a sus relaciones; y estas formas pueden representarlas esquemáticamente sólo en cuanto sean sugeridas y seleccionadas por el ser complejo de las cosas mismas” (Arcá, M.y Guidoni, P. 1987, 138). Así, por ejemplo, la aritmética y la geometría elementales pueden ser consideradas como sistemas primarios de formas y relaciones entre formas “abstraídas” de lo concreto³, que han sido adaptados para dar forma a nuestras percepciones y conocimiento sobre aspectos fundamentales espaciales y físicos de la realidad, “sin que haya confusión por ello entre el número- que da forma a la multiplicidad de los objetos- y los

² “La aritmética elemental existe como pensamiento abstracto en relación y en contra partida a un mundo en el cual existen objetos, gestos, eventos, fenómenos que parecen separables, estables, repetibles, esquematizables como equivalentes...; por tanto contables. La geometría elemental- euclidea- topológica proyectiva... — existe como pensamiento abstracto en relación y en contrapartida a un mundo en el cual un rayo de luz, un objeto que cae, una cuerda bien templada o una bolita lanzada sobre un plano liso... proponen o imponen el esquema de “segmento directo”... en el cual los árboles y los recorridos se ramifican, y los recintos se cierran; en los cuales cada día infinitas sombras se siguen y se deforman y así sucesivamente” (GUIDONI, P. *et al.*, 1987. *Guardare per sistemi, guardare per variabili*, *Op.cit.*, 139).

³ En el prefacio a la primera edición de su *Tratado de Electricidad y Magnetismo*, Maxwell afirma: “En la medida en que proseguí con el estudio de Faraday, percibí que su método de concebir el fenómeno era también matemático, aunque no se exhibía en la forma convencional de símbolos matemáticos. También encontré que estos métodos eran capaces de ser expresados en las formas matemáticas y, así, comparadas con aquellas de los matemáticos reconocidos... Encontré que varios de los más fértiles métodos de investigación descubiertos por los matemáticos podían ser mejor expresados en términos de ideas derivadas desde Faraday que en su forma original. Por ejemplo, toda la teoría del potencial, considerada como la magnitud que satisface ciertas ecuaciones diferenciales, pertenece esencialmente al método que yo llamo de Faraday”.

objetos; ni entre las formas de los objetos y sus relaciones, y los objetos mismos”(Arcá, M.y Guidoni, P . 1987, 138). Estos sistemas primarios son a su vez base de otros sistemas de formas que se constituyen en esta dinámica de imposición y adaptación de formas. Pero la formalización no se refiere únicamente al uso y adaptación de las formas aritméticas o geométricas para organizar la experiencia; mirar por clases, modo propio de nuestro lenguaje común, es el ejercicio de la imposición de una forma predefinida a la diversidad de objetos de la experiencia.

Puede afirmarse, entonces, que formalizar es un proceso del pensamiento a través del cual se da forma a los propios modos “internos” de reconocer y elaborar el mundo y a los aspectos “externos” según los cuales el acaecer del mundo puede ser reconocido. Formalizar es pues una parte esencial del proceso de construcción de conocimiento, caracterizado ante todo por la elaboración y uso de estrategias según las cuales los “diversos modos de mirar” son adaptados continuamente a aspectos de una realidad que es a su vez organizada de acuerdo a estos modos de conocer.

3. Tipos de formalización en Física

44

Dada la generalidad que puede tener el concepto de formalización, resulta conveniente hacer un esfuerzo de diferenciar y establecer clases de formalización para sentar un contexto de significación más adecuado para abordar las preguntas que han motivado el presente escrito. Efectuaremos tal distinción teniendo como referencia los procesos de formalización que se exhiben en la física, dada la importancia que se suele asignar a los procesos de formalización en el conocimiento de los fenómenos físicos, Es así como en un primer acercamiento podemos distinguir cuatro tipos de formalización que describiremos e ilustraremos en los numerales siguientes.

3.1 Formalización de carácter pragmático

El pensamiento y conocimiento tanto individual como social se organiza a través del lenguaje como herramienta organizadora de todas aquellas connotaciones que puede tener una experiencia, tal organización es en sí misma una formalización, ya que se da forma a estructuras subyacentes que han sufrido el mismo proceso de organización con anterioridad. En la actividad cotidiana el hombre común usa lo que dispone, sin reconocer necesariamente que está formalizando y sin reconocer rasgos de las estructuras formales que utiliza para organizar, hablar y dar cuenta de su experiencia. Podríamos decir, entonces, que se formaliza de manera *inconsciente*, en la medida que no se toma conciencia de que se lleva a cabo tal proceso ni de la estructura formal utilizada; sólo se hace uso de ella. Se podría pensar que este tipo de formalización se establece en el uso cotidiano del lenguaje, por ejemplo,

donde no es necesario reflexionar, ni tener un conocimiento teórico alrededor de su estructura; de igual manera, se presenta en el uso de operaciones básicas de la aritmética, una vez que se reconoce un sistema de conteo. En términos generales, se genera en las prácticas cotidianas de comunicación, es decir, es de carácter pragmático, se hacen clasificaciones, distinciones, selecciones, etc. “Mirar por clases, o por variables, o por sistemas... implica siempre un proceso correspondiente de mirar imponiendo una forma, según una lógica preconstituida, a la ‘forma primaria’ que las cosas parecen tener” (Arcá, M.y Guidoni, P . 1987, 138). Y esto es lo que se hace normalmente.

3.2. Aplicación de las matemáticas en el análisis de los fenómenos físicos

En este caso se reconoce una estructura formal y se construye la posibilidad de formalizar el fenómeno en términos de la estructura en cuestión. Cuando la estructura utilizada es categorizada como una estructura matemática, tal actividad se suele denotar con el nombre de matematización del fenómeno, y consiste en una primera instancia en utilizar y adaptar la estructura preestablecida, para la comprensión y organización de nuevos eventos, generando con ello con nuevos sentidos.

Este segundo tipo de formalización corresponde a procesos cognitivos en los que se reconoce que formalizar no se limita a sobreponer una estructura formal o una estructura matemática a un fenómeno para analizarlo y comprenderlo, sino que se requiere ante todo construir la posibilidad misma de formalizarlo y matematizarlo, es decir, de construir las magnitudes, relaciones, etc. con la que damos cuenta del fenómeno. Así por ejemplo, la geometrización del movimiento de caída llevada a cabo por Galileo involucra los siguientes aspectos (Véase Malagón, F., 1988):

- * Reconocer la importancia del movimiento de caída: Para Galileo todo movimiento natural es debido a la gravedad y el movimiento natural de caída es la fuente de las acciones; la acción, a su vez, es el *impetus* o tendencia que se manifiesta cuando se impide total o parcialmente que el cuerpo o parte del sistema caiga. La gravedad, al igual que el movimiento, es para este pensador una cualidad primaria de todos los cuerpos existentes; considera que ésta es la tendencia o propensión de todo cuerpo a acercarse a un centro, que se revela, primero, en un incremento de la velocidad del cuerpo cuando esto ocurre; segundo, en un rechazo u oposición a alejarse del centro, implicando en este caso una disminución de su veloci-

dad; y tercero, en una indiferencia al movimiento o persistencia del mismo cuando no se acerca o se aleja del centro en cuestión .

- * Demostrar y convencer a quienes le escuchan, que los principios que formula son verdaderos y se cumplen en el mundo físico real. Es decir, ha tenido que demostrar que ese movimiento es el movimiento de caída de cualquier cuerpo, sin importar cual sea su peso, material, forma, etc. Como es obvio, en la naturaleza sucede casi todo lo contrario; se ve entonces que no hay en la experiencia algo que nos garantice que todos los cuerpos caigan de la misma forma. Por esta razón, Galileo se ve obligado a demostrar que no hay ninguna relación directa entre la diversidad de velocidades de caída y el peso de los cuerpos. Debe precisar cual es la verdadera relación entre el cuerpo y el medio y la velocidad del cuerpo que cae en ese medio; cosa que realiza a través de consideraciones sobre la influencia del peso en la caída, sobre la relación entre la densidad del cuerpo que cae y la densidad del medio y sobre la fricción entre el cuerpo y el medio.

46

- * Una vez generada la posibilidad de hacer de la cinemática una manera válida de abordar el movimiento de caída, es decir hacer una ciencia geométrica del movimiento, se requiere determinar la forma única en la cual caen los cuerpos en el vacío (vacío hipotético, ya que en tal época no era posible producirlo experimentalmente). Al respecto es importante tener en cuenta que Galileo sabía que los cuerpos caen de la misma forma, que su movimiento es acelerado y que los espacios que atraviesan son proporcionales al cuadrado del tiempo (lo que llamaba los accidentes del movimiento de caída); pero estima que es necesario conocer la esencia del movimiento de caída, es decir, es necesario encontrar un principio fundamental a partir del cual todos estos accidentes se puedan deducir. Llamo - dice Galileo en los Discursos- movimiento igualmente acelerado, o lo que es lo mismo uniformemente acelerado, a aquel que partiendo del reposo adquiere en tiempos iguales incrementos iguales de velocidad. Es precisamente esta proporcionalidad entre la velocidad adquirida y el tiempo transcurrido, lo que Galileo considera como el principio que regula el movimiento natural de caída.

- * Derivar las principales características del movimiento natural de caída a partir de este principio. Para ello, Galileo representa mediante segmentos magnitudes no geométricas como lo son la veloci-

dad instantánea y el tiempo, y opera sobre ellos haciendo uso de la teoría de las proporciones.

Vemos, pues como Galileo transforma el estudio del movimiento en la certeza y claridad de la geometría a partir de axiomas y definiciones, enunciando teoremas y demostrándolos, y haciendo uso de todas las herramientas que le daba la geometría y su operatoria; de esta manera sus leyes se enuncian de modo geométrico, o en otras palabras, la racionalización del movimiento se hace formalmente análoga a un sistema geométrico. A este respecto resulta pertinente retomar las siguientes consideraciones de A. Mockus:

En el “visualizar” cartesiano, aquello de lo que hablamos es necesariamente extensionalizado, transformado en magnitudes (hoy preferimos decir “variables”) cuyas relaciones pueden ser representadas gráficamente y expresadas sintéticamente mediante signos algebraicos. Al acudir a este tipo de “visualización” podemos pretender que seguimos hablando de lo que veníamos hablando y al mismo tiempo aspirar a hablar con la certeza propia de lo cuantitativo y de lo sometible al cálculo. Representar es pues matematizar, lo que significa –según la afortunada expresión de Heidegger– traer al terreno de lo siempre ya conocido; es llevar de un juego de lenguaje en algún sentido incierto a otro que –al costo de delimitaciones y regulaciones explícitas– ha ganado certeza y universalidad (Mockus, A., 1988: 120).

47

3.3 Axiomatización de las teorías físicas y unificación de campos fenoménicos

En este tipo de formalización se construyen principios generales que pueden conectar e implicar diversos principios, que organizan a su vez una variedad de campos fenoménicos, así como definir rangos de validez de los mismos; elaborando con ello, simultáneamente, nuevos sistemas teóricos consistentes y campos fenoménicos unificados. Es lo que se suele considerar como *formalización matemática* de las teorías físicas, en la medida que ésta se refiere específicamente a la actividad de axiomatizar, que es reconocida como la manera de organizar tautologicamente las proposiciones que configuran una determinada teoría, es decir, de organizarla bajo una estructura lógica formal que permite examinar sus grados de validez al jerarquizarlas. Como esta actividad se realiza sobre la forma (sobre la estructura de la teoría) se le suele asignar un carácter puramente matemático. Este tipo de formalización se evidencia en trabajos como los realizados por Lagrange en Mecánica y Maxwell en electromagnetismo.

Lagrange unió y coronó todos los esfuerzos que se hicieron en el siglo XVIII para desarrollar una mecánica organizada racionalmente, en un momento en que habían proliferado una serie de principios (principio de la vis viva, principio de las áreas, principio de mínima acción, principio de conservación

de la dirección etc.) para dar cuenta de los múltiples problemas que se venían resolviendo en este campo. Problemas relativos al movimiento de cuerpos rígidos, al movimiento de sistemas sujetos a ligaduras, a las condiciones de equilibrio y de movimiento de distribuciones continuas de masa, entre otros ponían de manifiesto la insuficiencia de las leyes newtonianas y exigían la consideración de nuevos principios para ser resueltos. Lograr una unificación del dominio de la mecánica exigía una reflexión sobre sus principios y métodos y la determinación de sus axiomas primeros. De esta manera Lagrange, por un lado, deduce los diversos principios de la mecánica configurados hasta el momento a partir de uno sólo, *el principio general del equilibrio (el principio ampliado de las velocidades virtuales)*, conocido hoy como el *principio de D'Alambert*; transformando la estática y dinámica de distribuciones discretas de masa en un sistema teórico único y consistente (Véase Torres, B. y Ayala, M.M., 1996). “Este principio no es solamente en sí mismo muy simple y muy general, tiene además la ventaja preciosa y única de poderse traducir en una fórmula general que abarca todos los problemas que uno puede proponer sobre el equilibrio de los cuerpos” (Lagrange, J.L., 1965, 1). Desarrolla así un modo general y uniforme basado en la aplicación de este principio para resolver todos los problemas de la mecánica. En sus palabras, Lagrange plantea del siguiente modo los dos objetivos que pretende lograr a través de su tratado *Mecanique Analytique*: “1) Reducir la teoría de la mecánica y el arte de solucionar los problemas asociados a una fórmula general, cuyo desarrollo simple proporcione todas las ecuaciones necesarias para la solución de cada problema y 2) Unir y presentar desde un punto de vista, los diferentes principios que han sido, hasta ahora, encontrados para ayudar en la solución de problemas en mecánica; mostrando su dependencia mutua y haciendo un juicio de su validez y alcance posible” (Lagrange, J.L., 1965, 1).

Pero el establecimiento de este principio implica un cambio significativo en la manera de concebir el movimiento y sus causas. Para Lagrange, la acción de las fuerzas, de la que da cuenta a través de la magnitud *momento de fuerza*, se evidencia en el movimiento instantáneo que el sistema puede adquirir cuando se rompe el equilibrio. En la perspectiva newtoniana la idea de equilibrio es asumida como opuesta al movimiento: el equilibrio estático se identifica con el reposo de todos los cuerpos involucrados en el sistema; hecho que implica que todas las situaciones de equilibrio sean equivalentes entre sí y por tanto, la idea de desequilibrio no tenga cabida en este análisis. En contraste con la perspectiva newtoniana, la formulación lagrangiana privilegia la estática sobre la dinámica reduciendo la dinámica a un caso de equilibrio; sin embargo el equilibrio adquiere un cierto carácter dinámico: sólo es posible dar cuenta de las leyes del equilibrio si se examina su ruptura

y de esta manera la forma como las acciones de las fuerzas se anulan entre sí.

De otra parte, como ya lo habíamos mencionado, el trabajo que Maxwell realiza en electromagnetismo ejemplifica también este tipo de formalización. La magnitud y sentido del trabajo de formalización realizado por Maxwell en el electromagnetismo adquiere un mejor significado cuando se tiene como referencia la presentación que hace Maxwell del estado en que se encontraba este campo del saber a mediados del siglo XIX en el artículo “*On Faraday's lines of force*”:

“El estado actual de la ciencia eléctrica parece peculiarmente no favorable para la especulación: las leyes de la distribución de electricidad sobre la superficie de los conductores han sido analíticamente deducidas del experimento; algunas partes de la teoría matemática del magnetismo están establecidas mientras que en otras partes aún se esperan resultados experimentales; la teoría de la conducción del galvanismo y de la atracción mutua de conductores han sido reducidas a fórmulas matemáticas pero no han sido puestas en relación con las otras partes de la ciencia” (Maxwell J. C., 1965, 155).

Es decir, no existía una teoría unificada que le permitiese una simplificación y reducción de los resultados de la investigación previa *a una forma que la mente humana pudiera apoderarse de ellos*.

La formalización del electromagnetismo llevada a cabo por Maxwell, que puede ser considerada como la matematización en la forma convencional de su época de las concepciones y desarrollos de Faraday en este campo⁴ [Maxwell, 1954, i-xii], la logra estableciendo una analogía física entre las leyes de la mecánica de medios continuos y aquellas de esa ciencia que quiere constituir, el electromagnetismo, donde las elaboraciones de Laplace, Poisson, Green y Gauss encontraron un lugar para expresar la perspectiva y desarrollos de Faraday. Por una analogía física, nos dice Maxwell en *On Faraday's lines of force*, “significo aquella similitud parcial entre las leyes de una ciencia y las de otra, la cual hace que las leyes de una ciencia ilustre la otra... Es por el uso de analogías de esta clase que he intentado traer ante la mente, en una forma conveniente y manejable, aquellas ideas matemáticas que son necesarias para el estudio de la electricidad” (Maxwell J. C., 1965, 156 y 157).

Estos procesos de formalización que se revelan en la unificación y redefinición de campos fenoménicos, como son los llevados a cabo por Lagrange en mecánica y Maxwell en el electromagnetismo, son, pues, expresiones de lo que hemos considerado el tercer tipo de formalización; de hecho es a este tipo de trabajos a los que con mayor frecuencia se les asigna el término *formalización*.

3.4. Matematización de un campo fenoménico

Por último, encontramos aquel tipo de formalización donde se reflexiona sobre las formas de razonamiento utilizadas en la organización de la experiencia, y se las organiza; proceder característico de los matemáticos. Newton en sus *Principia* y Dirac en su tratado de Mecánica Cuántica, por ejemplo, generan objetos matemáticos con un correspondiente campo semántico alrededor de ellos para referirse al mundo físico, estableciendo en ambos casos sistemas de proposiciones matemáticas con sentido físico. Es la interpretación que Marco Panza le da al trabajo expuesto por Newton en los *Principia*, lo que nos permite incluirlo en este tipo de formalización. Este historiador muestra como Newton transforma el problema central de la ciencia del movimiento en uno de orden matemático: la determinación, por medios puramente geométricos, de la trayectoria descrita por una partícula cuando actúa sobre ella una fuerza cualquiera a partir de dos principios: el de inercia y el de superposición de movimientos. Newton reemplaza así los movimientos reales por trayectorias, las cuales serán sustituidas posteriormente por otro objeto matemático, por funciones, gracias al trabajo realizado por Lagrange en el siglo XVIII y a la formulación del cálculo vectorial en el XIX (Véase Panza, M. 2003).

El trabajo que Dirac desarrolla en su tratado de Mecánica Cuántica (Dirac, P.A.M., 1968) es un ejemplo muy ilustrativo de este tipo de formalización así como del papel que se le asigna en ella a las matemáticas con relación a la física (Véase Castiblanco, O.L., 2002), que queda claramente expresado en la siguiente cita de este pensador:

Nuestra experiencia todavía nos justifica esa creencia de que la Naturaleza es la realización de las ideas matemáticas imaginables más simples. Estoy convencido que podemos descubrir por medio de construcciones puramente matemáticas los conceptos y leyes que conectan lo uno con lo otro, que proporcionan la llave a la comprensión de fenómenos naturales. La experiencia puede sugerir los conceptos matemáticos apropiados, pero la mayoría de ellos seguramente no pueden inferirse de ésta. La experiencia sigue siendo, por supuesto, el criterio único de utilidad física de una construcción matemática, pero el principio creativo radica en las matemáticas (Kragh, H., 1990, 286).

Esta manera de entender el papel de las matemáticas en su relación con la física se torna muy comprensible si se asume que el quehacer de las matemáticas es la explicitación y organización de las formas y estrategias utilizadas por el sujeto para organizar y razonar sobre su experiencia.

De una parte, el trabajo desarrollado por Dirac en torno a la mecánica cuántica que queda expuesto en su tratado, puede ser interpretado (Véase Bautista, G. 2004), como inscrito en una postura fenomenológica, donde se

asume que no es necesario ni deseable la inclusión de modelos espacio temporales para organizar un cierto campo de la experiencia, en particular, el de lo absolutamente pequeño. De otra parte, y en consonancia con la anterior, el trabajo realizado por Dirac puede ser considerado (Véase Bautista, G. 2004), en gran medida, como la formalización o geometrización de la noción de ‘cualidad’ y de la ‘acción de observar’; asumiéndose la noción de ‘cualidad’ como una de las estrategias más elementales que el sujeto emplea para organizar sus sensaciones y como un caso particular de una noción múltiplemente extensa en el sentido planteado por B. Riemann en su escrito *Acerca de las hipótesis que subyacen en los cimientos de la Geometría*, donde un estado es una concreción de la noción de cualidad; que es percibida por el sujeto como una forma de estar del objeto o sistema. Se considera, de este modo, que el sistema cuántico queda constituido por las cualidades que se le pueden asignar de manera consistente; consistencia que se expresa cuando los operadores mediante los cuales se representan sus respectivas acciones de observación conmutan, es decir, cuando los observables conmutan. Desde esta postura, Dirac establece el principio de superposición de estados como el principio fundamental del microcosmos, elaborando el álgebra que le da la posibilidad de operar con los estados de los sistemas cuánticos.

4. Sobre la formalización y matematización en física. Consideraciones finales

Si bien, resulta razonable considerar la formalización como una categoría central para el análisis del conocimiento y de los procesos cognitivos, cuando se considera la física se suele hacer distinciones con otro tipo de conocimientos; la formalización en física –se dice– se hace a través de las matemáticas, estableciéndose entre física y matemáticas una íntima relación que no se suele reconocer en otros conocimientos y disciplinas.

Refiriéndose a la relación entre la física y las matemáticas Levy-Leblond (Levy-Leblond, J.M.[1988]) señala que es importante que “la distinción entre un concepto físico y su matematización no se conciba como una simple diferenciación estática: un concepto matemático más otra cosa. El concepto matemático no es ni un esqueleto al que la física le presta la carne, ni una forma abstracta, que la física se encarga de llenar de contenido concreto. Es esencial que las relaciones de las matemáticas y la física se expresen en términos dinámicos”.

Este comentario que hace Levy-Leblond resume la manera como se suele comprender la relación entre la física y las matemáticas. Se considera que la expresión matemática por medio de la cual se expresa una proposición sobre el mundo físico carece inicialmente de sentido físico, y que ésta lo

adquiere cuando se le asigna algún significado a los diferentes términos que aparecen en cada expresión. Por lo tanto es posible pensar en dos problemas o en dos momentos, uno cuando la expresión es un ente puramente matemático, vacío de contenido, y otro cuando se le ha dotado de significado físico y ésta se convierte en un enunciado sobre el fenómeno físico analizado. Sin embargo, Levy-Leblond dice que es necesario y es posible pensar la matematización de los fenómenos físicos de una manera diferente, conceptualización que puede ser alcanzada cuando se supera el punto de vista estático_ que conduce a quienes lo adoptan a establecer una diferenciación de base entre forma y contenido_ y se adopta un punto de vista dinámico, es decir, cuando el análisis ya no se restringe a los resultados o productos de la actividad cognitiva y se lo ubica en el ámbito de la actividad misma de construcción del conocimiento.

Es precisamente este contexto y esta perspectiva la que nos ha permitido establecer las distinciones entre los tipos de formalización anotados en el numeral anterior así como hacer las precisiones allí incluidas. Así, es importante destacar dos aspectos: primero, que en estos modos de formalizar, incluso aquel que se reconoce como una aplicación de la matemática, se construye el campo semántico y el sentido físico en el acto mismo de organizar o darle forma al fenómeno o campo fenoménico analizado; segundo, que la adaptación de un estructura previa, la forma dada y el sentido configurado son actividades íntimamente ligadas. De otra parte, es posible asegurar que no hay una distinción de base entre formalizar y matematizar, máxime si se tiene en cuenta que matematizar no se reduce a cuantificar, ni el número es el referente de la matematización; reducción a la que se podía llegar en el siglo XVIII pero no ahora a la luz de los desarrollos de las matemáticas en los siglos XIX y XX en los cuales la lógica y la matemática son campos de la misma disciplina y la lógica no se reduce a la lógica formal⁴.

⁴ El siglo XVIII legó problemáticas que se desarrollarían en los siglos XIX y XX; Euler por ejemplo, ya había establecido algunas soluciones a problemas que más adelante se compendiarían en la Topología, una geometría no cuantitativa, que introduce teoremas como «*Toda curva cerrada en el plano, que no se cruza a sí misma, divide al plano en un interior y en un exterior*» aquí prevalece el establecimiento de las relaciones espaciales **-cualidades-** de un objeto geométrico respecto a otro, sin tener en consideración su forma o tamaño. El álgebra de Boole que emerge bajo el título de «*Investigación sobre las leyes del pensamiento*» permitirá, posteriormente elaborar algoritmos electrónicos y computacionales, no solamente expresa relaciones aritméticas, sino que posibilita expresar **relaciones proposicionales**, en otras palabras, introduce cualidades o condiciones de un sistema de proposiciones; actualmente estos sistemas se ven alimentados por otras formas de la lógica que no corresponden estrictamente a la lógica formal (Falso o verdadero, 0 o 1), tal es el caso de la lógica difusa, que acude a la estructuración de conjuntos de verdad solo a través de clasificación sobre cualida-

Referencias Bibliográficas

- Arcá, M., Guidoni, P. y Mazoli, P. [1990] *Enseñar ciencia. Cómo empezar reflexiones para una educación científica de base*. Barcelona, Paidós Educador.
- Bautista, G. [2004]. *Una recontextualización para la enseñanza de la mecánica cuántica* Pre- impresos, Universidad Pedagógica Nacional. Ponencia presentada en el VI Congreso Latinoamericano de Historia de las Ciencias y de la Tecnología. Buenos Aires.
- Castiblanco, O.L. [2002]. *Una perspectiva pedagógica a propósito de Dirac*. Tesis de grado. Maestría en Docencia de la Física, Bogotá, Universidad Pedagógica Nacional.
- Dirac, P.M.A [1993], *Principios de Mecánica Cuántica*, Barcelona, Ediciones Ariel.
- Glaserfeld, E. "Introducción al constructivismo radical", en Watzlawick, P. y otros (eds.) [1981], *La Realidad Inventada.*, Barcelona., Gedisa Editorial.
- Gramajo, M.C.y Ayala, M.M.[1996], "El concepto de carga en las teorías electromagnéticas de Maxwell y Hertz". *Física y Cultura*. N°3, pp.27-38.
- Granés, J. y otros "La representación como juego del lenguaje", en Amaya, J.A. y Restrepo, O.(eds.) [1999], *Ciencia y Representación*. Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.
- Granés, J. y Caicedo, L. M. [1997] "Del contexto de la producción de conocimientos al contexto de la enseñanza. Análisis de una experiencia pedagógica". *Revista Colombiana de Educación*, No. 34, pp. 72 -73.
- GUIDONI, P. et al., [1987]. *Guardare per sistemi, guardare per variabili*, Torino, Emme Edizioni, , cap.9.
- Halloun, I. [1996] "Schematic Modelling for Meaningful Learning of Physics". *Journal of Research in Science Teaching*, Vol. 33, No. 9, pp. 1019-1041
- Kragh, H. [1990] *Dirac: A Scientific Biography*, Cambridge, Cambridge University Press.
- Levy-Leblond, J.M. "Física y Matemáticas". En Apéry, R. et al. [1988] *Pensar la matemática*, Barcelona, Tusquets Editores, 1988.
- Malagón, J. F.. *La relación física y matemáticas en Galileo*. Tesis de Maestría en Docencia de la Física, Universidad Pedagógica Nacional, Santafé de Bogotá, 1988.
- Mockus, A. [1988] *Representar y Disponer*. Bogotá, Universidad Nacional de Colombia, Centro Editorial.

des de pertenencia de los elementos de un conjunto; de esta forma se intenta imitar, en amplia gama, las acciones del pensamiento para dar mayores posibilidades al funcionamiento de maquinarias.

Es evidente que el advenimiento de estas nuevas disciplinas, junto a las geometrías no euclidianas, despojan a las matemáticas de ese carácter netamente cuantitativo, de no contradicción, exactitud y veracidad que le dieron su posicionamiento en los siglos anteriores como lenguaje puro de la naturaleza y por lo tanto inalterable, una visión positivista que también ha tenido sus modificaciones posteriores.

- Maxwell, J.C. [1954] *Treatise on Electricity and Magnetism*, New York, Dover Publications
- Maxwell, J.C. *On Faraday's Lines of Force*, en [1968] *The Scientific Papers of James Clerk Maxwell* New York, Dover Publications.
- Panza, M. [2003], *Newton*, Paris, Les Belles Letres, N°33
- Panza, M. [2003], *Mathematisation of the Science of Motion and the Birth of Analytical Mechanics. A Historiographical Note*. Preimpreso. Facultad de Ciencias, Depto. de Matemáticas, UNAM, Mexico
- Torres, B. y Ayala, M. M.[1996] *La mecánica Analítica de Lagrange. Un estudio histórico-crítico*. Física y Cultura, No. 3, pp.27-38.
- Wartofsky, M.[1983], *Introducción a la Filosofía de la Ciencia*, Alianza Universidad.